

0541.2-01
M-60

403

инв. № 1093
к в х № 0301 521

704

85

Экз. № 048

Указ. ЦАГИ № 329 от 12/2-56
список № 613

МИНИСТЕРСТВО АВИАЦИОННОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СОЮЗА ССР
ЦЕНТРАЛЬНЫЙ АЭРО-ГИДРОДИНАМИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
им. проф. Н. Е. Жуковского

см. 1
№ 143

ТРУДЫ ЦАГИ

ОТКЛОНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ
РОТОРА ГЕЛИКОПТЕРА НА РЕЖИМЕ ПАРЕНИЯ ПРИ
ВРАЩЕНИИ ОСИ РОТОРА С УСКОРЕНИЕМ

М. Л. Миль, И. О. Факторович

1950

ЦАГИ ГИИ
30 15 903с
1951 г.

ПРИНЯТЫЕ ОБОЗНАЧЕНИЯ

а) Геометрические характеристики

- D — диаметр ротора,
 $\sigma = \frac{kb_{0,7}}{\pi R}$ — коэффициент заполнения,
 b — ширина лопасти,
 k — число лопастей,
 y_p — расстояние от центра ротора до центра тяжести аппарата (или до поперечной оси вращения ротора),
 l_r — расстояние от оси горизонтального шарнира до оси ротора,
 β — угол взмаха лопасти, отсчитываемый от плоскости, перпендикулярной оси вращения ротора,
 φ — угол установки лопасти, измеряемый от плоскости вращения,
 δ_p — угол отставания плоскости вращения концов лопастей ротора,
 a_∞ — наклон кривой подъемной силы по углу атаки при бесконечном удлинении,
 $\left. \begin{matrix} a_0 \\ a_1 \\ b_1 \end{matrix} \right\}$ — коэффициенты махового движения, согласно ряда
 $\beta = a_0 - a_1 \cos \psi - b_1 \sin \psi$,
 γ_0 — начальный угол отклонения упругой системы.

б) Кинематические характеристики

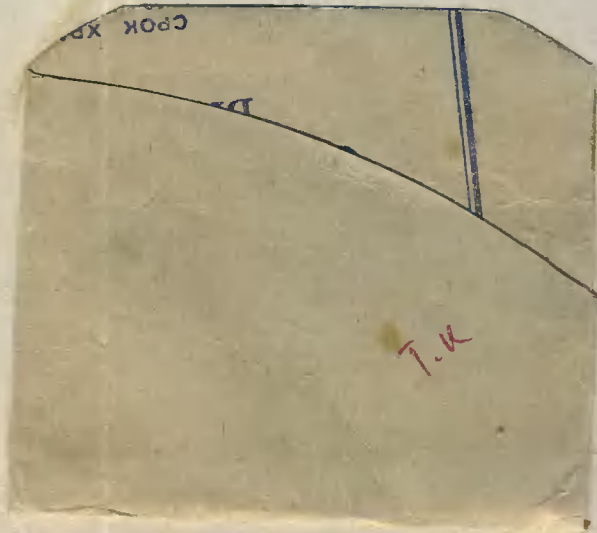
- ω — угловая скорость вращения ротора,
 Ω_z — угловая скорость вращения оси ротора относительно поперечной оси, проходящей через центр тяжести аппарата,
 $\dot{\Omega}_z$ — угловое ускорение,
 ξ — декремент затухания колебаний упругой системы,
 T — период колебания.

в) Обозначения сил и моментов

- M — продольный момент,
 T — тяга ротора,
 $c_T = \frac{T}{\frac{\rho}{2} \pi R^2 (\omega R)^2}$ — коэффициент тяги,
 U_c — центробежная сила лопасти,
 I_{z0} — момент инерции аппарата относительно поперечной оси вращения с невращающимся ротором,
 I_z — момент инерции аппарата относительно поперечной оси с вращающимся ротором,
 I_r — момент инерции лопасти относительно горизонтального шарнира,
 $\gamma_l = \frac{b\rho a R^4}{2I_{r.ш}}$ — массовая характеристика лопасти.

г) Частные производные

- M_{Ω_z} — производная продольного момента по Ω_z ,
 $M_{\dot{\Omega}_z}$ — производная продольного момента по $\dot{\Omega}_z$,
 $\delta_{p \Omega_z}$ — производная угла отставания плоскости вращения концов лопастей по Ω_z ,
 $\delta_{p \dot{\Omega}_z}$ — производная угла отставания плоскости вращения концов лопастей по $\dot{\Omega}_z$,
 $\delta_{p v}$ — производная угла отставания плоскости вращения по скорости полета,
 M_{δ_p} — производная продольного момента по δ_p ,
 M_γ — коэффициент жесткости упругой системы.



Шиб №03

ПРОВЕРКА

0541.2-01
M-60

ЦАГИ 13.04.57.

Т Р У Д Ы

ОТКЛОНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОЙ РАВНОДЕЙСТВУЮЩЕЙ РОТОРА ГЕЛИКОПТЕРА НА РЕЖИМЕ ПАРЕНИЯ ПРИ ВРАЩЕНИИ ОСИ РОТОРА С УСКОРЕНИЕМ

М. Л. МИЛЬ

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ

Проблема устойчивости вертолета одна из основных, стоящих сейчас перед вертолетостроением, требует для своего решения точных данных о силах и моментах, возникающих на роторе вертолета, в зависимости от угловой скорости и углового ускорения всего аппарата.

Эта задача приобретает особую сложность, потому что лопасти ротора прикреплены ко втулке двумя шарнирами и таким образом обладают тремя степенями свободы при своем движении в пространстве. Задача о том, как будут двигаться в пространстве лопасти ротора в зависимости от вращательного движения вертолета и как соответственно этому будет в каждый данный момент времени направлена равнодействующая аэродинамических сил, была решена впервые для случая равномерного или равномерно-ускоренного вращения оси ротора в пространстве.

Эти данные, достаточные для решения задачи об управляемости вертолета, могут быть существенно развиты, если рассмотреть движения лопастей ротора в случае гармонического колебания оси ротора в пространстве, что и является темой настоящей работы.

В таком виде результаты могут быть непосредственно приложены к анализу динамической устойчивости вертолета.

В работе рассматривается маховое движение шарнирно закрепленных лопастей ротора вертолета на режиме парения, когда его ось совершает гармонические колебания в пространстве. Из проведенного анализа следует, что при гармонических колебаниях оси ротора в пространстве маховое движение лопастей ротора изменяется так, что ось описываемого ими в пространстве конуса отстает относительно оси ротора и наклоняется в бок, в сторону вращения ротора на величины, пропорциональные отношению угловой скорости вращения аппарата Ω к угловой скорости вращения ротора ω . Согласно с этим изменяется и положение равнодействующей аэродинамических сил, причем равнодействующая отклоняется в сторону, обратную направлению вращения, как бы отставая от оси ротора, и создает этим относительно центра тяжести аппарата момент, сопротивляющийся вращению.

Из анализа получены теоретические формулы, определяющие положение и направление равнодействующей в каждый данный момент времени.

Во второй части работы излагается методика эксперимента по определению вращательных производных ротора с шарнирным креплением лопастей, необходимых для изучения продольной динамической устойчивости и управляемости вертолета.

Определенное экспериментально отклонение равнодействующей аэродинамических сил на роторе, когда ось ротора совершает гармонические колебания в пространстве, показывает хорошую сходимость теории с экспериментом.

Киевский Институт ГВФ
БИБЛИТЕКА
78243

МАХОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ЛОПАСТИ ДЛЯ СЛУЧАЯ РАВНОМЕРНОГО ВРАЩЕНИЯ ОСИ РОТОРА

При решении задач динамической устойчивости и управляемости необходимо знать величину и направление равнодействующей на роторе с шарнирно прикрепленными лопастями в каждый данный момент, когда угловая скорость и угловое ускорение аппарата имеют произвольные значения.

Ранее нами была рассмотрена теория ротора для случаев равномерного и равномерно-ускоренного вращения оси ротора в пространстве [1]. Согласно этой работе уравнение моментов относительно горизонтального шарнира лопасти, для случая вращения в продольном направлении на режиме висения, может быть написано в виде:

$$\beta'' + \frac{\gamma}{4} \beta' + \beta = A + B\omega' \cos \psi + c\omega \sin \psi + D\Omega \cos \psi. \quad (1)$$

БНИ ЦАГИ
СЕКРЕТНАЯ ЧАСТЬ
Прилож. к исх. № 230с

4182
26.11.57
0541.2-01

Т.К
02

Угловые скорости Ω и угловое ускорение Ω' являются функциями времени и должны быть определены из совместного решения с дифференциальными уравнениями движения аппарата.

Решение системы уравнений с периодическими коэффициентами представляют большие трудности. Мы разрешим этот вопрос, сделав некоторые предположения, значительно упрощающие задачу.

Допустим, что движение наклона самого аппарата протекает медленно сравнительно с временем затухания собственных колебаний лопасти.

Собственные колебания лопасти, описываемые уравнением (1) без правой части, представляются для $\gamma < 8$ решением вида

$$\beta = (A \sin v\psi + B \cos v\psi) e^{\xi\psi},$$

где

$$\xi = -\frac{\gamma}{8}, \quad v = \sqrt{1 - \frac{\gamma^2}{64}}.$$

Для частного случая $\gamma = 4$; $\omega = \frac{d\psi}{dt} = 25$; решение запишется как

$$\beta = (A \sin 21,8t + B \cos 21,8t) e^{-12,5t}.$$

Это колебание с периодом $T = 0,29$ сек и сильным затуханием, так что возмущение затухает вдвое за 0,05 сек.

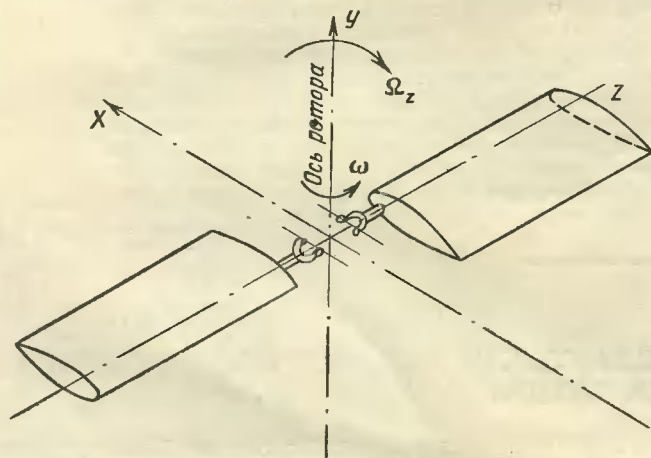
Проведенные нами испытания автожира С-30 на динамическую устойчивость показали, что период продольных колебаний не менее $T = 40$ сек. Из материалов по исследованиям динамической устойчивости вертолета известно также, что период продольных колебаний вертолетов (типа Сикорского) составляет не менее 10—12 сек. Наименьший период колебаний, отмеченных нами при исследовании боковой динамической устойчивости автожира, составляет 2,5—3 сек.

Таким образом мы с полным основанием можем пренебречь собственным движением лопастей.

Будем считать, что движение лопастей в пространстве может быть рассмотрено как ряд последовательных установившихся режимов, в течение которых лопасти мгновенно принимают положение, определяемое действующими силами.

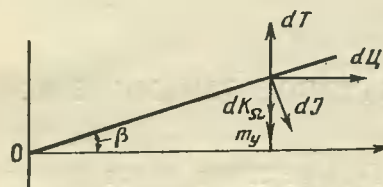
Теперь задача сводится к определению вынужденного движения лопасти при произвольном значении угловой скорости и углового ускорения аппарата.

Будем рассматривать вращение оси ротора в правой системе координат (фиг. 1).



Фиг. 1

Вращению на кабрирование соответствует вращение оси ротора от положительного направления оси x по часовой стрелке к оси y ; вращению вправо — вращение оси ротора от положительного направления оси y — по часовой стрелке к оси z .



Фиг. 2

Как известно (см. I, стр. 13), решение дифференциального уравнения моментов относительно горизонтального шарнира от сил, действующих на элементы лопасти в плоскости взмаха (см. фиг. 2), для случая равномерного вращения оси ротора на кабрирование дает следующие приращения выражений коэффициентов махового движения:

$$\Delta b_1 = \frac{\Omega_z}{\omega}; \quad \Delta a_1 = \frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega},$$

что соответствует наклону ометаемого лопастями ротора конуса влево на угол $\delta_{pb_1} = \frac{\Omega_z}{\omega}$ и вперед на угол $\delta_{pa_1} = \frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega}$.

Остановимся теперь на физической картине явления, постараемся получить этот же результат из рассуждения и показать, что наклон в сторону вызывается аэродинамическими, а отставание инерционными силами.

Пусть мы вращаем ротор назад $\Omega_z > 0$; $\Omega_x = 0$, при $\mu = 0$. Тогда угол атаки передней лопасти ($\psi = \pi$) уменьшится, полагая $\lambda = \text{const}$, на величину

$$\Delta\alpha = \frac{\Delta u_y}{u_x} = -\frac{\Omega_z}{\omega},$$

а угол атаки лопасти, стоящей по потоку, увеличится на величину

$$\Delta\alpha = \frac{\Omega_z}{\omega}.$$

Под влиянием возникшего при этом изменения моментов аэродинамических сил будет изменяться маховое движение лопастей, пока не установится новое равновесие моментов и соответствующее ему маховое движение.

При этом, как это следует из условия нулевого шарнирного момента, углы атаки сечений лопасти должны получить прежнюю величину (так как никаких новых сил не появилось, а скорости u_x остались неизменными). Это осуществляется в том случае, когда действительная ось вращения конуса, описываемого лопастями, отклонится влево на тот же угол $\Delta\alpha$.

Следовательно, вследствие кинематического изменения скоростей плоскость вращения ротора наклоняется влево на угол $\delta_{pb_1} = \frac{\Omega_z}{\omega}$.

Теперь рассмотрим эффект инерционных сил. Дополнительная сила, действующая при вращении, есть сила от ускорения Кориолиса. Ее момент равен:

$$M_k = -\int_0^R 2m\Omega_z\omega r \sin\psi dr = 2I_r \Omega_z \omega \sin\psi,$$

т. е. при вращении ротора назад на лопасть, идущую вперед ($\psi = \frac{\pi}{2}$), действует момент

$$M_k = -2I_2\Omega_z\omega,$$

стремящийся опустить лопасть вниз (см. фиг. 2). Этот новый момент изменяет маховое движение лопастей. Равновесие устанавливается тогда, когда благодаря этому маховому движению углы атаки сечений лопасти, находящейся в переднем положении, $\psi = \frac{\pi}{2}$, увеличатся настолько, что дополнительный аэродинамический момент уравновесит момент сил Кориолиса.

Дополнительный аэродинамический момент, возникающий вследствие изменения махового движения и действующий на лопасть, идущую вперед, можно записать так:

$$M_{aep} = \frac{1}{2} a_{\infty} b r \omega^2 \Delta\alpha \int_0^R r^3 dr = \frac{1}{8} b r a_{\infty} \omega^2 R^4 \Delta\alpha,$$

где $\Delta\alpha = \frac{\beta' r}{\omega r} = \frac{\beta'}{\omega} = \text{const}$ — увеличение угла атаки лопасти, идущей вперед.

Приравняв дополнительный аэродинамический момент моменту от сил Кориолиса, определяем $\Delta\alpha$:

$$\Delta\alpha = -\frac{8\Omega_z}{\omega} \frac{2I_r}{b r a R^4} = -\frac{8\Omega_z}{\gamma\omega}.$$

Следовательно, увеличение углов атаки лопасти в положении $\psi = \frac{\pi}{2}$ достигается, когда действительная ось вращения конуса, описываемого лопастями, отклоняется вперед на угол

$$\delta_{pa_1} = \frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega}.$$

Если угловая скорость аппарата есть функция времени, т. е. движение происходит с ускорением, то плоскость вращения лопастей движется относительно плоскости, перпендикулярной к оси ротора, с некоторыми угловыми скоростями $\frac{d\delta_{pa_1}}{dt}$ и $\frac{d\delta_{pb_1}}{dt}$. Это вторичное вращение, естественно, влияет на угол отклонения плоскости вращения, что мы сейчас и рассмотрим.

Пусть ротор (правого вращения) наклоняется на кабрирование с мгновенной угловой скоростью $\Omega_z = f(t)$. Тогда плоскость вращения наклоняется в обратном направлении по отношению к движению оси ротора со скоростью $\frac{d}{dt} \left(\frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega} \right)$. Согласно предыдущему это вызывает наклон плоскости вращения в сторону кабрирования на угол

$$\delta_{pa_2} = \frac{8}{\gamma} \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \left(\frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega} \right) = \frac{64}{\gamma^2 \omega^2} \frac{d\Omega_z}{dt}.$$

Вращение оси ротора влево со скоростью

$$\frac{d\delta_{pb}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\Omega_z}{\omega} \right)$$

вызовет за счет изменения скоростей наклон плоскости вращения в сторону пикирования—на угол

$$\delta_{pa_3} = \frac{1}{\omega} \frac{d}{dt} \left(\frac{\Omega_z}{\omega} \right) = \frac{1}{\omega^2} \frac{d\Omega_z}{dt}.$$

Таким образом, действительный угол отставания плоскости вращения будет равен:

$$\delta_p = \frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega} - \frac{64}{\gamma^2} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2} + \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2}. \quad (2)$$

Рассмотрим теперь боковой наклон.

Дополнительная угловая скорость вращения ротора на пикирование

$$\frac{d\delta_{pa_1}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega} \right)$$

вызывает вследствие кинематического изменения скоростей наклон вправо:

$$\delta_{pb_2} = \frac{d\delta_{pa_1}}{dt} \frac{1}{\omega} = \frac{8}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2}.$$

Кроме того, угловая скорость наклона влево:

$$\frac{d\delta_{pb}}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{\Omega_z}{\omega} \right)$$

вызывает вследствие действия сил Кориолиса отставание вправо на угол

$$\frac{8}{\gamma} \frac{d\delta_{pb}}{dt} \frac{1}{\omega} = \frac{8}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2}.$$

Изменение бокового наклона происходит также за счет действия сил инерции тангенциального ускорения. Ускоренное вращение на кабрирование вызывает силы инерции, стремящиеся поднять лопасть, находящуюся в заднем положении, и опускать переднюю. Момент сил инерции.

$$M_y = I_r \frac{d\Omega_z}{dt} \cos \psi.$$

Приравнивая его моменту аэродинамических сил за счет махового движения

$$M_1 = \frac{\rho}{2} b a_{\infty} R^4 \frac{d\beta}{d\psi} \frac{\omega^2}{4},$$

найдем, что тюльпан получит дополнительный наклон влево на угол

$$\delta_{pb_3} = -\frac{4}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2},$$

где

$$\frac{d\beta}{d\psi} = \frac{\frac{d\beta}{dt}}{\omega} = \Delta\alpha.$$

Окончательно наклон влево составит

$$\delta_{pb} = -\frac{\Omega_z}{\omega} + \frac{8}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2} + \frac{8}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2} - \frac{4}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2} = -\frac{\Omega_z}{\omega} + \frac{12}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2}. \quad (3)$$

Эти результаты совпадают с результатами решения дифференциального уравнения движения лопастей ротора относительно горизонтального шарнира при равномерно ускоренном вращении оси ротора [1].

Таким образом, положение плоскости вращения лопастей для данной мгновенной угловой скорости и углового ускорения может быть определено по формулам (2) и (3).

Выражение (2) показывает, что при ускоренном движении, например на кабрирование, положение плоскости вращения лопастей, а следовательно, и равнодействующей относительно оси аппарата определяется отклонением в сторону, обратную направлению

вращения аппарата, на величину, пропорциональную угловой скорости (член $\frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega}$), и отклонением в направлении углового ускорения на пропорциональную ему величину [член $-\left(\frac{64}{\gamma^2} - 1\right) \frac{d\Omega_z}{d\omega} \frac{1}{\omega^2}$]. Первое отклонение создает демпфирующий момент, а второе — момент, обратный инерционному моменту аппарата, т. е. момент, действие которого эквивалентно уменьшению момента инерции аппарата.

Таким образом, рассматривая равномерно ускоренное движение, мы показали физическую природу пропорционального угловому ускорению отклонения равнодействующей. Мы можем, однако, для приложения к задачам динамической устойчивости определить величину этого отклонения более точно, если рассмотрим периодическое движение аппарата, т. е. предположим, что аппарат, или вернее ось ротора, совершает в пространстве гармоническое колебание. Так как затухание колебаний геликоптера и автожира невелико, рассчитанное таким образом маховое движение лопастей будет очень близко к их действительному движению.

МАХОВОЕ ДВИЖЕНИЕ ЛОПАСТИ ДЛЯ СЛУЧАЯ ГАРМОНИЧЕСКОГО КОЛЕБАНИЯ ОСИ РОТОРА

Уравнение движения лопасти в случае, когда геликоптер находится на режиме полета и ось ротора совершает гармоническое колебание $\Omega = A \sin p\psi$, где $p = \frac{\nu_2}{\omega}$; ν_2 — частота колебаний геликоптера примет вид¹:

$$\begin{aligned} \frac{d^2\beta}{d\psi^2} + \frac{\gamma}{4} \frac{d\beta}{d\psi} + \beta = & -\frac{2A}{\omega} \sin p\psi \sin \psi + \frac{\gamma}{4} \frac{A}{\omega} \sin p\psi \cos \psi + \\ & + \frac{A}{\omega} p \cos p\psi \cos \psi + \gamma \left(\frac{\lambda}{3} + \frac{\varphi}{4} \right) - \frac{M_2}{I_r \omega^2}. \end{aligned}$$

Произведя тригонометрическое преобразование правой части, получим, обозначая $\beta' = \frac{d\beta}{d\psi}$:

$$\begin{aligned} \beta'' + \frac{\gamma}{4} \beta' + \beta = & \frac{A}{\omega} \cos(p\psi + \psi) + \frac{\gamma}{8} \frac{A}{\omega} \sin(p\psi + \psi) + \frac{pA}{2\omega} \cos(p\psi + \psi) - \\ & - \frac{A}{\omega} \cos(p\psi - \psi) + \frac{\gamma}{8} \frac{A}{\omega} \sin(p\psi - \psi) + \frac{pA}{2\omega} \cos(p\psi - \psi) + \gamma \left(\frac{\lambda}{3} + \frac{\varphi}{4} \right) - \frac{M_2}{I_r \omega^2}. \end{aligned}$$

¹ [1] стр. 50; формула (7), если вместо $\Omega = At$ подставить $\Omega = A \sin p\psi$.

Решение этого уравнения (полагая, что собственным движением лопасти, согласно предыдущему, можно пренебречь) найдем в виде

$$\beta = a_0 - a'_1 \cos(p\psi - \psi) - b'_1 \sin(p\psi - \psi) - a''_1 \cos(p\psi + \psi) - b''_1 \sin(p\psi + \psi).$$

Подставляя это решение в уравнение движения, найдем:

$$a'_1 = \frac{A}{\omega} \frac{\frac{\gamma^2}{32}(p-1) - (p^2 - 2p) + \frac{p}{2}(p^2 - 2p) \frac{\gamma}{4}}{\frac{\gamma^2}{16}(p-1)^2 + (p^2 - 2p)^2};$$

$$b'_1 = \frac{A}{\omega} \frac{\frac{\gamma^2}{8}(p^2 - 2p) + \frac{\gamma}{4}(p-1) - \frac{p}{2}(p-1) \frac{\gamma}{4}}{\frac{\gamma^2}{16}(p-1)^2 + (p^2 - 2p)^2};$$

$$a''_1 = \frac{A}{\omega} \frac{\frac{\gamma^2}{32}(p+1) + (p^2 + 2p) + \frac{p}{2}(p^2 + 2p) \frac{\gamma}{4}}{\frac{\gamma^2}{16}(p+1)^2 + (p^2 + 2p)^2};$$

$$b''_1 = \frac{A}{\omega} \frac{\frac{\gamma^2}{8}(p^2 + 2p) - \frac{\gamma}{4}(p+1) - \frac{p}{2}(p+1) \frac{\gamma}{4}}{\frac{\gamma^2}{16}(p+1)^2 + (p^2 + 2p)^2}.$$

Пренебрегая степенями p больше первой (так как $p = \frac{v_2}{\omega}$ не превосходит $p = 0,03$) и преобразуя $\sin(p\psi \pm \psi)$ и $\cos(p\psi \pm \psi)$ соответственно через произведения вида

$$\sin p\psi \sin \psi; \quad \sin p\psi \cos \psi; \quad \cos p\psi \cos \psi; \quad \cos p\psi \sin \psi,$$

найдем:

$$\beta = a_0 + \frac{8}{\gamma} \frac{A}{\omega} \sin p\psi \cos \psi - \left(\frac{64}{\gamma^2} - 1 \right) \frac{A}{\omega} p \cos p\psi \cos \psi + \frac{A}{\omega} \sin p\psi \sin \psi + \frac{12}{\gamma} \frac{A}{\omega} p \cos p\psi \sin \psi.$$

Заменив обратно,

$$A \sin \psi = \Omega_z,$$

$$pA \cos p\psi = \frac{d\Omega_z}{d\psi} = \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega},$$

найдем, что маховое движение в случае гармонического колебания оси ротора в пространстве может быть представлено в виде

$$\beta = a_0 + \left[\frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega} - \left(\frac{64}{\gamma^2} - 1 \right) \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2} \right] \cos \psi + \left[\frac{\Omega_z}{\omega} + \frac{12}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2} \right] \sin \psi.$$

Таким образом, продольный наклон ротора при вращении на кабрирование составляет:

$$a_1 = - \frac{8}{\gamma} \frac{\Omega_z}{\omega} + \left(\frac{64}{\gamma^2} - 1 \right) \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2}, \quad (2a)$$

а наклон в сторону—

$$b_1 = - \frac{\Omega_z}{\omega} + \frac{12}{\gamma} \frac{d\Omega_z}{dt} \frac{1}{\omega^2}. \quad (3a)$$

Эти выражения совпадают с полученными в случае равномерно ускоренного движения по величине членов пропорциональных угловой скорости. Что касается до членов, пропорциональных угловому ускорению, то величина их отлична. В этом выражении пер-

вый член скобки представляет собой результат действия сил Кориолиса вследствие движения плоскости вращения ротора относительно аппарата, происходящего при ускоренном движении. Этот член совпадает с аналогичным выражением для случая равномерно ускоренного движения. Второй член скобки, представляющий продольный наклон плоскости вращения за счет относительного движения ее в боковом направлении, имеет тот же знак сравнительно с выражением (2).

Если аппарат колеблется в продольном направлении, то, например, в момент максимального отклонения назад, когда угловая скорость аппарата равна нулю, угловое ускорение направлено вперед, а плоскость вращения (ранее отклоненная вперед относительно аппарата) все же вращается в пространстве и относительно аппарата назад. Это относительное движение вызывает отставание на угол $\frac{\delta}{\gamma} \left(\frac{d\delta_p}{dt} \right)$, направленное вперед, и создает, таким образом, момент, действующий в сторону, обратную инерции аппарата (так как силы инерции стремятся отклонить аппарат назад). В это время, однако, боковой наклон плоскости ротора влево $\left(b_1 = -\frac{\Omega_z}{\omega} \right)$ уже прошел свой максимум и плоскость вращения в момент, соответствующий $\Omega_z = 0$, движется не влево, как в случае равномерно ускоренного движения, а слева направо, отчего и изменится знак второго члена скобки сравнительно с выражением, полученным для случая равномерно ускоренного движения [см. выражение (2)], если учесть знак углового ускорения.

Мы можем, таким образом, в любой момент времени определить маховое движение лопастей ротора и, следовательно, углы отклонения равнодействующей, благодаря которым создается момент, демпфирующий вращение аппарата.

Пользуясь предположением о том, что равнодействующая ротора направлена в каждый данный момент по оси описываемого лопастями ротора конуса (так как в этом случае углы атаки сечений лопастей по азимуту постоянны), можно, зная расстояние между плоскостью горизонтальных шарниров и центром тяжести, а также величину разноса шарниров от оси вращения, подсчитать моменты, возникающие на вертолете при наличии угловой скорости и углового ускорения.

Эти моменты могут быть охарактеризованы так называемыми вращательными производными

$$\frac{dM}{d\Omega_z} = \left(T_p y_p + \frac{k}{2} l_r U_c \right) \frac{d\delta_p}{d\Omega_z},$$

$$\frac{dM}{d\dot{\Omega}_z} = \left(T_p y_p + \frac{k}{2} l_r U_c \right) \frac{d\delta_p}{d\dot{\Omega}_z}.$$

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВРАЩАТЕЛЬНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ НА МОДЕЛИ РОТОРА С ШАРНИРНЫМ КРЕПЛЕНИЕМ ЛОПАСТЕЙ

М. Л. МИЛЬ, И. О. ФАКТОРОВИЧ

До сих пор теория ротора при криволинейном движении была экспериментально проверена исследованием махового движения лопастей для случаев равномерного и равномерно-ускоренного вращения оси ротора в пространстве [1]. Было установлено, что коэффициенты махового движения, определяющие отклонение равнодействующей аэродинамических сил на роторе, близко совпадают с их теоретически вычисленными значениями.

Целью настоящего эксперимента являлось определение отклонения равнодействующей аэродинамических сил на роторе и вызванного ею демпфирующего момента для случая установившегося колебательного движения оси ротора в пространстве.

ДЕМПФИРОВАНИЕ ПРИ РАВНОМЕРНОМ ВРАЩЕНИИ

Рассмотрим случай вращения аппарата в продольной плоскости на режиме висения, центр тяжести аппарата расположен на оси ротора, а поперечная ось вращения проходит через центр тяжести.

Тогда продольный демпфирующий момент, вызванный отклонением равнодействующей при повороте оси ротора, будет равен:

$$M = T_p \delta_p y_p + \frac{k}{2} l_r \delta_p \zeta_c = \delta_p \left(T_p y_p + \frac{k}{2} l_r \zeta_c \right), \quad (1)$$

где δ_p — наклон равнодействующей (принимается равным наклону оси описываемого лопастями ротора конуса).

Второй член выражения (1) учитывает момент, действующий при маховом движении лопастей на втулке ротора за счет разноса горизонтальных шарниров.

В некоторых пределах при $\omega = \text{const}$ продольный момент линейно зависит от δ_p и можно записать

$$M = \delta_p M_{\delta_p},$$

где

$$M_{\delta_p} = T_p y_p + \frac{k}{2} l_r \zeta_c = \text{const}. \quad (1a)$$

Для общности будем рассматривать производные продольных моментов по угловой скорости вращения M_{Ω_z} (вращательные производные):

$$M_{\Omega_z} = \delta_{p \Omega_z} M_{\delta_p}$$

или

$$\delta_{p \Omega_z} = \frac{M_{\Omega_z}}{M_{\delta_p}}, \quad (2)$$

где $\delta_{p \Omega_z}$ — производная угла отставания плоскости вращения концов лопастей (или наклона равнодействующей), характеризующая демпфирование вращения аппарата.

Если принять, что плоскость вращения ротора находится на расстоянии y_p от оси колебаний всего аппарата (совпадающей с ц. т.), то при колебаниях в плоскости вращения лопастей должна иметь место окружная скорость, равная $V = \Omega_z y_p$, которая вызывает общеизвестное отклонение плоскости вращения концов лопастей, чем обуславливается появление дополнительного продольного демпфирующего момента

$$M_1 = \delta_{pV} V M_{\delta_p} = \delta_{pV} \Omega_z y_p M_{\delta_p}.$$

Производная этого момента по угловой скорости—

$$M_{1 \Omega_z} = \delta_{pV} \mathcal{U}_p M_{\delta_p}.$$

Таким образом, полное выражение для производной угла отклонения равнодействующей по угловой скорости, обусловленное вращением оси ротора, будет:

$$\delta'_{p \Omega_z} = \delta_{p \Omega_z} + \delta_{pV} \mathcal{U}_p, \quad (3)$$

где

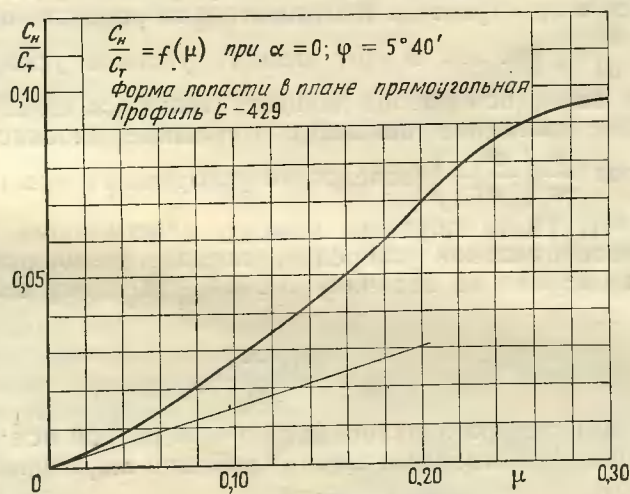
$$\delta_{p \Omega_z} = \frac{M_{\Omega_z}}{M_{\delta_p}}.$$

Величина δ_{pV} может в некоторой степени характеризовать устойчивость по скорости V . Величину δ_{pV} можно определить по теории Глауэрта-Локка для прямоугольных незакрученных, абсолютно жестких лопастей, полагая приближенно $\delta_p \approx a_1$. Тогда $\delta_{pV} = \frac{\partial}{\partial V}(a_1)$.

$$\delta_{pV} = -\frac{1}{\omega R} \left(\frac{8}{3} \varphi - \sqrt{c_T} \right). \quad (4)$$

Эта формула была проверена по результатам эксперимента в трубе Т-102 с моделью трехлопастного ротора с прямоугольными в плане лопастями диаметром 2,5 м.

Кроме того, $\delta_p = \arctg \frac{c_H}{c_T} \approx \frac{c_H}{c_T}$ и для определения δ_{pV} можно воспользоваться графиком $\frac{c_H}{c_T} = f(\mu)$, приведенным на фиг. 1.



Фиг. 1

Производная $\delta_{pV} = -\frac{\partial \delta_p}{\partial V} = -\frac{1}{\omega R} \frac{\partial \left(\frac{c_H}{c_T} \right)}{\partial \mu}$ при $\mu = 0$ равна $\delta_{pV} = -0,191 \frac{1}{\omega R}$.

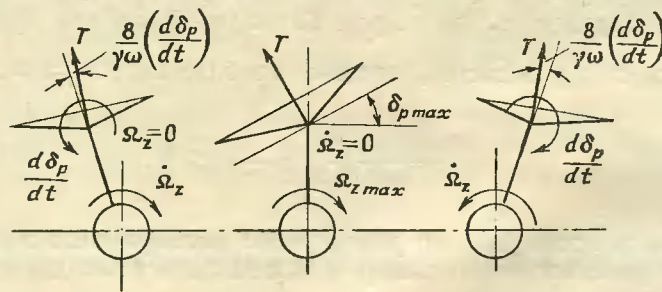
По формуле Глауэрта имеем соответственно $\delta_{pV} = -0,193 \frac{1}{\omega R}$. Таким образом, для определения δ_{pV} можно пользоваться формулой (4).

ДЕМПФИРОВАНИЕ ПРИ ВРАЩЕНИИ С УСКОРЕНИЕМ

Рассмотрим периодическое движение, при котором ось ротора, наклоняясь из стороны в сторону, совершает в пространстве гармонические колебания. При таком движении угловая скорость вертолета есть функция времени, т. е. движение происходит с ускорением. Плоскость вращения концов лопастей ротора движется относительно

плоскости, перпендикулярной к оси ротора, с некоторой угловой скоростью $\frac{d\delta_p}{dt}$, что вызывает дополнительное отклонение плоскости вращения концов лопастей и, следовательно, изменение наклона равнодействующей.

Рассмотрим отклонение плоскости вращения концов лопастей с момента движения аппарата от крайнего заднего положения вперед (или, как изображено на фиг. 2, слева направо). Движение, ускоренное до среднего положения, где угловая скорость аппарата максимальна, а угловое ускорение аппарата равно нулю. В этот момент плоскость вращения концов лопастей отклонена на максимальный угол назад. При движении аппарата от среднего положения к крайнему переднему положению движение аппарата становится замедленным, и в каждый следующий промежуток времени вследствие уменьшения угловой скорости аппарата плоскость вращения концов лопастей начинает уменьшать угол отставания, возвращаясь в свое первоначальное положение.



Фиг. 2

В крайнем переднем положении угловая скорость аппарата равна нулю. Однако плоскость вращения концов лопастей, проходя через свое нулевое ($\delta_p = 0$) положение, продолжает вращаться в пространстве и относительно аппарата вперед, с максимальной угловой скоростью $\frac{d\delta_p}{dt}$, так как в этот момент угловое ускорение аппарата максимально и направлено назад (ось ротора начинает двигаться назад).

Это относительное движение вызывает отставание плоскости вращения, направленное назад, на угол $\frac{\delta}{\gamma\omega} \left(\frac{d\delta_p}{dt} \right)$ (вследствие ускоренного вращения плоскости лопастей вперед) и создает, таким образом, момент, действующий в сторону, обратную инерции аппарата. Тангенциальное ускорение, следовательно, приводит к кажущемуся уменьшению момента инерции на величину $\Delta I_z = \delta_{p\dot{\Omega}_z} M_{\delta_p}$. Эту величину можно определить как

$$\delta_{p\dot{\Omega}_z} = \frac{I_{z_0} - I_z}{M_{\delta_p}}, \quad (5)$$

где I_{z_0} — момент инерции аппарата относительно поперечной оси вращения с невращающимся ротором (собственный момент инерции шарнирных лопастей полагается равным нулю);

I_z — кажущийся момент инерции аппарата с работающим ротором относительно поперечной оси.

Зная из эксперимента величины $M_{\dot{\Omega}_z}$, I_{z_0} и I_z , можно определить демпфирующий момент, вызванный отклонением плоскости вращения концов лопастей ротора, дополнительный момент, вызванный влиянием вращательного ускорения, и, сравнив данные эксперимента с расчетами по теоретическим формулам, выяснить, насколько верно теория отражает действительность.

УРАВНЕНИЯ КОЛЕБАНИЙ УПРУГОЙ СИСТЕМЫ

Рассмотрим колебания системы, которая состоит из модели трехлопастного ротора, упруго и свободно закрепленного на поперечной оси, расположенной на расстоянии l_p под ротором (фиг. 3).

Движение установки с неработающим ротором может быть представлено уравнением

$$I_{z_0} \frac{d^2\gamma}{dt^2} + M_{\dot{\Omega}_z} \frac{d\gamma}{dt} + M_\gamma \gamma = 0. \quad (6)$$

Второй член уравнения учитывает демпфирование, создаваемое наличием трения в опорах, а также аэродинамическое демпфирование установки. При хорошо отрегулированной упругой системе он невелик.

Как известно, решение уравнения (6) будет:

$$\gamma = l e^{\xi_0 t} (c_1 \cos v_0 t + c_2 \sin v_0 t),$$

где

$$\xi_0 = -\frac{M_{\dot{\Omega}_{z_0}}}{2I_{z_0}}; \quad v_0 = \frac{2\pi}{T_0}; \quad v_0^2 + \xi_0^2 = \frac{M_{\gamma}}{I_{z_0}}. \quad (7)$$

Таким образом, $M_{\dot{\Omega}_{z_0}}$ и I_{z_0} могут быть определены из анализа записей колебаний упругой системы с неработающим ротором. Поскольку декремент затухания оказался малым сравнительно с периодом колебаний мы можем написать:

$$I_{z_0} = \frac{M_{\gamma}}{v_0^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi_0}{v_0}\right)^2} \cong \frac{T_0^2}{4\pi^2} M_{\gamma}, \quad (8)$$

$$M_{\dot{\Omega}_{z_0}} = 2I_{z_0}\xi_0.$$

Рассмотрим теперь уравнение движения установки с работающим ротором:

$$(I_{z_0} - M_{\dot{\Omega}_z}) \frac{d^2\gamma}{dt^2} + (M_{\dot{\Omega}_{z_0}} + M_{\dot{\Omega}_z} + \delta_{pVx} \gamma_p M_{\delta_p}) \frac{d\gamma}{dt} + M_{\gamma} \gamma = 0. \quad (9)$$

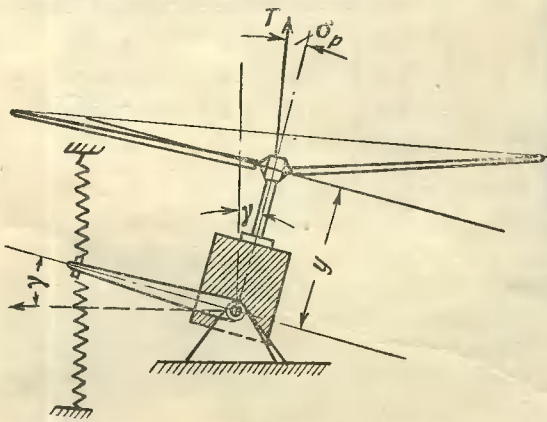
Тогда будем иметь:

$$\xi = -\frac{M_{\dot{\Omega}_{z_0}} + M_{\dot{\Omega}_z} + \delta_{pVx} \gamma_p M_{\delta_p}}{2(I_{z_0} - M_{\dot{\Omega}_z})}; \quad v^2 + \xi^2 = \frac{M_{\gamma}}{I_{z_0} - M_{\dot{\Omega}_z}}.$$

Очевидно, $I_{z_0} - M_{\dot{\Omega}_z} = I_z$, где I_z — кажущийся момент инерции системы при работающем роторе.

$$M_{\dot{\Omega}_{z_0}} + M_{\dot{\Omega}_z} + \delta_{pVx} \gamma_p M_{\delta_p} = 2\xi(I_{z_0} - M_{\dot{\Omega}_z}) = 2\xi I_z = M'_{\dot{\Omega}_z}. \quad (10)$$

Здесь $M'_{\dot{\Omega}_z}$ — постоянный коэффициент при втором члене дифференциального уравнения 2-го порядка (9) — учитывает, кроме демпфирования, создаваемого наличием трения в опорах, и аэродинамического демпфирования установки, продольное демпфирование, вызванное отклонением равнодействующей при повороте оси ротора, а также демпфирование вследствие наличия окружной скорости в плоскости вращения лопастей, вызывающей отклонение равнодействующей.



Фиг. 3

$$M_{\dot{\Omega}_z} = M'_{\dot{\Omega}_z} - M_{\dot{\Omega}_{z_0}} - \delta_{pVx} \gamma_p M_{\delta_p}$$

и, аналогично (3),

$$\delta_{p\dot{\Omega}_z} = \frac{M'_{\dot{\Omega}_z} - M_{\dot{\Omega}_{z_0}}}{M_{\delta_p}} - \delta_{pVx} \gamma_p, \quad (11)$$

$$I_z = \frac{M_{\gamma}}{v^2} \frac{1}{1 + \left(\frac{\xi}{v}\right)^2} \cong \frac{T^2}{4\pi^2} M_{\gamma}$$

и, аналогично (5),

$$M_{\dot{\Omega}_z} = I_{z_0} - I_z = \left(\frac{T_0^2}{4\pi^2} - \frac{T^2}{4\pi^2}\right) M_{\gamma}, \quad (12)$$

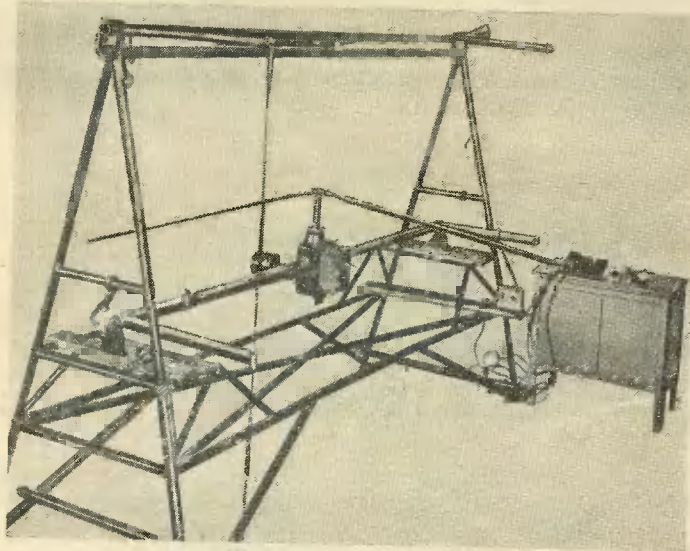
$$\delta_{p\dot{\Omega}_z} = \frac{I_{z_0} - I_z}{M_{\delta_p}} = \frac{T_0^2 - T^2}{M_{\delta_p}} \frac{M_{\gamma}}{4\pi^2}. \quad (13)$$

Таким образом, зная из эксперимента декремент затухания и период колебаний для случая колебаний системы с вращающимся ротором и без ротора, можно определить все необходимые для расчета величины.

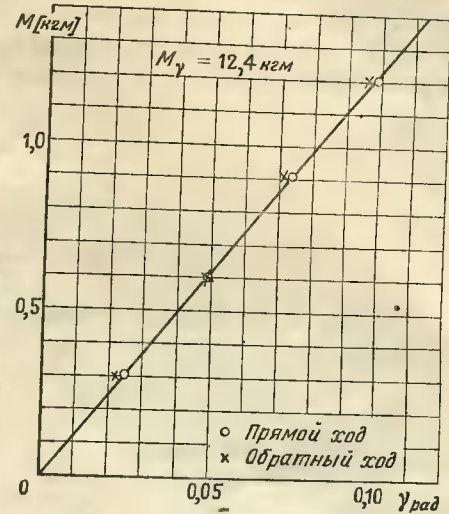
МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТА

Эксперимент был проведен на модели трехлопастного ротора с лопастями в корне прямоугольной и далее трапецевидной формы в плане диаметром 2,5 м. Ротор был свободно закреплен на поперечной оси стенда (фиг. 4). Расстояние от поперечной оси до центра втулки $y_p = 0,335$ м. Разнос горизонтальных шарниров $l_r = 0,02$ м.

Упругая система состоит из двух пружин длиной $l = 200$ мм и $\varnothing = 20$ мм, навитых из проволоки толщиной 1,5 мм, работающих на растяжение. Прибор сбалансирован относительно оси вращения с помощью контргрузов.



Фиг. 4. Общий вид установки с ротором



Прямой ход

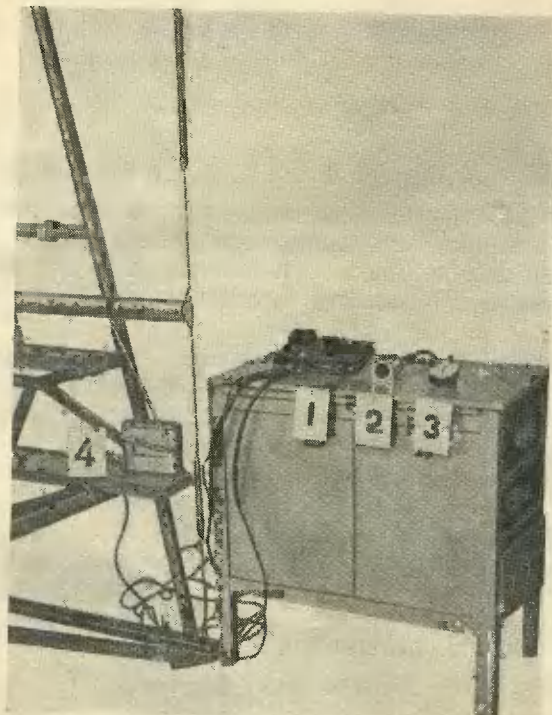
$P, \text{ кг}$	$M, \text{ кгм}$	ΔS	$\Delta \gamma, \text{ рад}$
0,5	0,3	6,1	0,0235
1,0	0,6	6,3	0,0245
1,5	0,9	6,4	0,0253
2,0	1,2	6,2	0,0244

Обратный ход

$P, \text{ кг}$	$M, \text{ кгм}$	ΔS	$\Delta \gamma, \text{ рад}$
0,5	0,3	6	0,0227
1,0	0,6	6,5	0,0257
1,5	0,9	6,1	0,0236
2,0	1,2	6,2	0,0244

ΔS — деления дуги-шаблона,
 $\Delta \gamma$ — отклонение упругой системы

Фиг. 5



1 — распределительный щиток Щ-2; 2 — электрочасы;
3 — механический тахометр; 4 — СОР.

Фиг. 6. Регистрирующие приборы установки

Пружины с помощью тяг присоединены к рычагам, жестко связанным со свободно вращающейся поперечной осью. Изменяя длину тяг, возможно регулировать предварительный натяг пружин таким образом, чтобы и при максимальных отклонениях системы

работали обе, верхняя и нижняя, пружины. Характеристика упругой системы M_1 определяется с помощью тарировки. Тарировочный график, снятый перед экспериментом, приведен на фиг. 5.

Декремент затухания и период колебаний можно определить путем записи на ленту колебаний упругой системы. Для этой цели был приспособлен СОР (самописец отклонения рулей) (фиг. 6, 4), соединяющий в себе механизм для записи на движущейся ленте колебаний упругой системы и механизм для записи скорости движения ленты (электро-часы) (фиг. 6, 2).

Питание СОР осуществлялось через распределительный щиток Щ-2 (фиг. 6, 1) от линии постоянного тока напряжением 24 в. Скорость вращения ротора замерялась непосредственно на валу с помощью механического тахометра (фиг. 6, 3) с точностью до ± 2 оборотов.

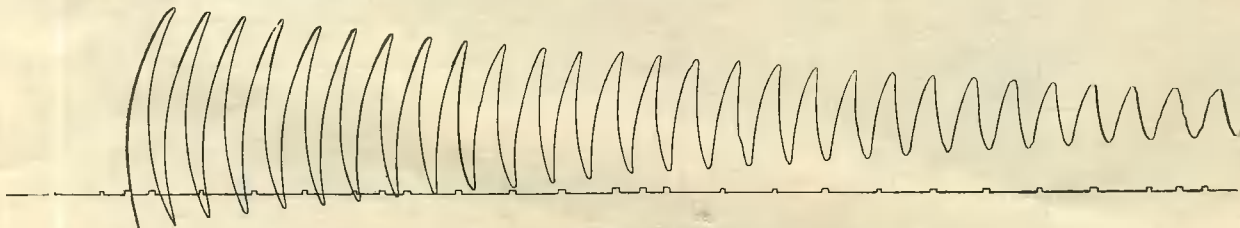
Модель имела втулку с горизонтальными и вертикальными шарнирами с демпферами и три лопасти с профилем НАСА 230, массовая характеристика которых $\gamma = 4,60$.

Лопастей незакрученные, в плане у комля до $0,3R$ прямоугольные, далее трапецевидные с коэффициентом сужения 2,5. При записи колебаний системы без ротора, т. е. без лопастей, вес всех трех лопастей компенсировался грузом, прикрепляемым к втулке, так что центр тяжести груза находился в плоскости горизонтальных шарниров. Эта замена оправдана тем, что лопасти прикреплены к втулке шарнирно и, следовательно, силы инерции лопастей могут передаваться на втулку только через шарниры.

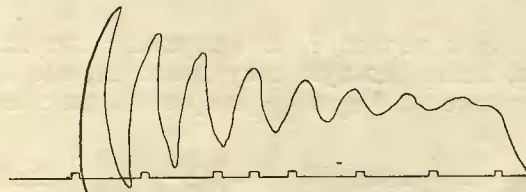
Лопастей ротора были установлены под углом $\varphi = 8^\circ$ с помощью шаблона и угломера. При каждом эксперименте определялась тяга ротора. Для этого на поперечную балку прибора были наклеены тензодатчики, с помощью которых по величине напряжения от изгиба балки определялась (путем тарировки) и величина тяги ротора.

ЭКСПЕРИМЕНТ

Эксперимент был проведен при шести значениях чисел оборотов ротора $n_p = 400 \div 450 \div 500 \div 550 \div 600$ и 650 об/мин. Упругая система без ротора выводилась из состояния равновесия, и возникающие колебания записывались на ленте СОР (см. фиг. 7а и 7б). По этим записям определялись период T и декремент затухания колебаний системы.



Фиг. 7а. Запись колебаний упругой системы без ротора.



Фиг. 7б. Запись колебаний упругой системы с работающим ротором $n = 400$ об/мин

Таким же путем проводилась запись колебаний установки с работающим ротором. Период колебаний (T) определялся непосредственно подсчетом на ленте числа колебаний в секунду, причем в расчет принималось среднее значение его по трем последовательным записям колебаний. Из общего решения дифференциального уравнения колебаний упругой системы, которое можно написать в виде

$$\gamma = \gamma_0 e^{\epsilon t} \cos(\nu t + \psi),$$

следует, что отношение амплитуд двух соседних колебаний равно:

$$\frac{\gamma_{k+1}}{\gamma_k} = e^{\epsilon T},$$

откуда

$$\xi = \frac{1}{T} \ln \frac{\gamma_{k+1}}{\gamma_k} \text{сек}^{-1}. \quad (14)$$

Амплитуда величины γ представляется на ленте записи высотой S (фиг. 8). Занося в таблицу последовательные значения максимумов кривой S_k , выписываем и величины отношения

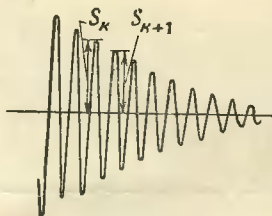
$$\frac{S_{k+1}}{S_k}, \frac{S_{k+2}}{S_{k+1}}$$

и т. д.

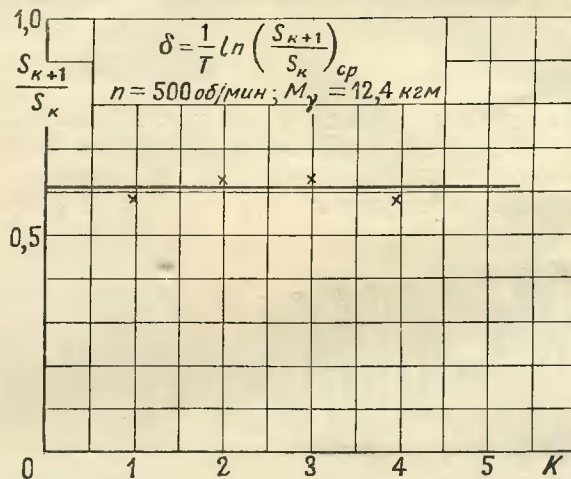
Если колебания соответствуют вышенаписанному дифференциальному уравнению, то должно выполняться условие

$$\frac{S_{k+1}}{S_k} = \text{const}, \quad (15)$$

т. е. условие линейности затухания колебаний. Однако, как видно из фиг. 9, отношение амплитуд $\frac{S_{k+1}}{S_k}$ в действительности не остается постоянным, а колеблется в пределах $\pm 5\%$ от своего среднего значения, которое мы и принимаем за расчетное.



Фиг. 8



Фиг. 9

Определив из эксперимента период T и декремент затухания колебаний, а также зная величину тяги ротора, центробежную силу лопастей, мы можем определить по формулам (8), (10), (11) и (12) значения $\delta_{p\Omega_z}$ и $\delta_{r\Omega_z}$ и сравнить их с теоретическими значениями:

$$\delta_{p\Omega_z} = \frac{8}{\gamma\omega} \text{сек}; \quad \delta_{r\Omega_z} = \left(\frac{64}{\gamma^2\omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right) \text{сек}^2,$$

АНАЛИЗ ПОЛУЧЕННЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ

На фиг. 10 приведены результаты двух экспериментов, проведенных при одних и тех же условиях в разное время. Результаты экспериментов показывают, что вышеизложенная теория демпфирования правильно отражает физическую картину явления.

Величина производной угла отклонения плоскости вращения по угловой скорости близко совпадает с ее теоретическими значениями, и, следовательно, отставание равнодействующей при вращении оси ротора соответствует отставанию плоскости вращения ротора. Этот результат имеет большое значение для решения задач динамической устойчивости, ибо демпфирование вращения геликоптера вокруг связанных осей определяет его динамическую устойчивость.

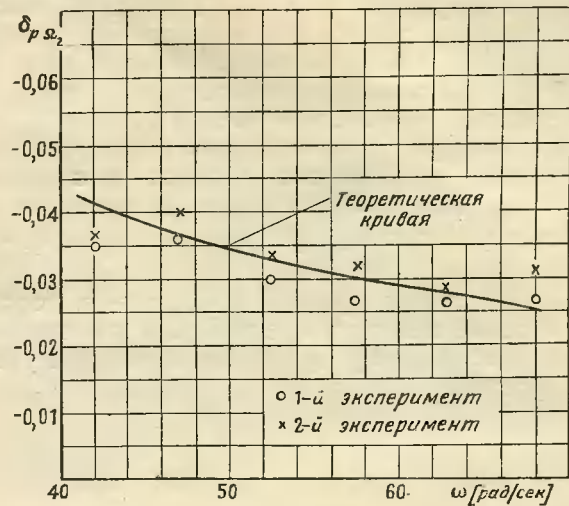
При выводе теоретической формулы производной угла отклонения плоскости вращения концов лопастей по угловой скорости для случая гармонических колебаний оси

ротора предполагалось, что распределение индуктивных скоростей по диску ротора равномерно. Поскольку результаты теоретического расчета хорошо согласуются с экспериментом, следует полагать, что влияние неравномерности в распределении индуктивных скоростей сил, в случае гармонического колебания системы, в действительности незначительно.

Результаты, полученные в отношении производной по угловому ускорению, приведены в табл. 1.

Таблица 1

ω [рад/сек]	$\delta_p \dot{\omega}_z$		
	Теоретич.	1-й эксперимент	2-й эксперимент
42	0,00229	0,00368	0,00263
47	0,00189	0,00415	0,00459
52,4	0,00147	0,00439	0,00402
57,5	0,00123	0,00439	0,00394
62,6	0,00103	0,00436	0,00385
68	0,000834	0,00435	0,00370



Фиг. 10

Экспериментом подтверждается факт уменьшения момента инерции аппарата при гармонических колебаниях оси ротора. В таблице приведены данные теоретических и экспериментальных значений $\delta_p \dot{\omega}_z$ при различных угловых скоростях вращения ротора. На малых ω теоретическое значение производной сравнительно близко к экспериментальным, в то время как при больших значениях ω результаты расходятся.

Для проверки сопоставим наш эксперимент с аналогичным приведенных Хохенемзером.

В работе Хохенемзера „Новые результаты по вопросу устойчивости парящего полета вертолета с центральным расположением ротора“¹ даются сведения об аналогичном эксперименте, проведенном на модели Флетнеровского вертолета с диаметром ротора 3,2 м. Эксперимент был проведен при одном значении числа оборотов ротора, так что было получено только одно экспериментальное значение $\delta_p \dot{\omega}_z$ и $\delta_p \dot{\omega}_z$ для сравнения с теорией.

Ниже приводим сравнительную таблицу расчетных и экспериментальных величин, характеризующих эксперимент, поставленный в ЦАГИ, и немецкий эксперимент.

Сравниваемые величины	Немецкий эксперимент $n=390$ об./мин		Эксперимент ЦАГИ $n=450$ об./мин	
	Немецкий эксперимент $n=390$ об./мин	Эксперимент ЦАГИ $n=450$ об./мин	Сравниваемые величины	Эксперимент ЦАГИ $n=450$ об./мин
D [м]	3,2	2,5	T_p [кгм]	29
k	4	3	T_0 [сек]	1,15
φ°	11°	8°	ξ_0 [сек ⁻¹]	-0,055
γ_L	4,4	4,6	T [сек]	1,05
y_0 [м]	0,545	0,335	ξ [сек ⁻¹]	0,5
I_T	0,11	0,02	I_z [кгм сек ²]	2,26
M_γ [кгм]	67	12,4		0,165

Здесь также теоретическое значение производной $\delta_p \dot{\omega}_z = -0,0445$ близко к экспериментальному $\delta_p \dot{\omega}_z = -0,043$, а значение производной по угловому ускорению по формуле $\delta_p \dot{\omega}_z = 0,0259$ не совпадает с экспериментальным $\delta_p \dot{\omega}_z = 0,01$.

¹ Перевод НОТИ ЦАГИ № 169. Forschungsbericht № 1989/1-5 L. W. B.; Anton Flettner G. m. b. H., Hohenemser K. „Neue Erkenntnisse zur Frage der Schwebeflugstabilität eines Hubschraubers mit zentraler Schraubenordnung“.

Хохенемзер в своей работе, ссылаясь на известную ему работу [1], обходит молчанием данное в ней физическое объяснение явления кажущегося уменьшения момента инерции аппарата для случая равномерно ускоренного вращения оси ротора и соответствующее этому случаю дифференциальное уравнение движения лопасти относительно горизонтального шарнира. Исходя из чисто эмпирических рассуждений, он предлагает следующее объяснение кажущегося уменьшения момента инерции аппарата.

Предполагая плоскость вращения ротора частично непроницаемой, он считает, что во время колебания создаваемое ротором течение воздуха сверху вниз отклоняется в сторону, вследствие чего в плоскости вращения якобы возникает боковое течение с тенденцией наклонить плоскость вращения ротора в направлении вращения аппарата. Не имея возможности из своих рассуждений получить теоретическое выражение для производной угла отставания равнодействующей по угловому ускорению $\delta_p \dot{\omega}_z$, он полагает эту величину пропорциональной $\delta_{p\omega}$ — производной угла отставания равнодействующей по скорости полета.

Не считая нужным прибегать к подобной гипотезе, мы полагаем остающееся расхождение между теоретическим и экспериментальным значениями производной по угловому ускорению результатом неточного учета истинного, переменного поля индуктивных скоростей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Миль М. Л. Аэродинамика несущего винта с шарнирным креплением лопастей при криволинейном движении. Труды ЦАГИ № 465.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Стр.

Отклонение аэродинамической равнодействующей ротора вертолета на режиме парения при вращении оси ротора с ускорением

Маховое движение лопасти для случая равномерного вращения оси ротора	1
Маховое движение лопасти для случая гармонического колебания оси ротора	5

Экспериментальное определение вращательных производных на модели ротора с шарнирным креплением лопастей

Демпфирование при равномерном вращении	8
Демпфирование при вращении с ускорением	9
Уравнения колебаний упругой системы	10
Методика эксперимента	12
Эксперимент	13
Анализ полученных результатов	14
